第26卷 第6期 工 程 数 学 学 报 Vol. 26 No. 6
2009年12月 CHINESE JOURNAL OF ENGINEERING MATHEMATICS Dec. 2009

文章编号:1005-3085(2009)06-0969-08

自适应二进小波去噪法*

张苗生[1]， 任品毅[2]

(1- 西安交通大学理学院，西安 710049； 2- 西安交通大学电信学院，西安 710049)

摘 要: 本文通过引入一类新的可微阈值函数，建立了信号的能量同它的二进小波变换系数之间的关系。利用Stein无偏风险估计和梯度下降法，给出了迭代求解各尺度二进小波系数最优阈值的自适应去噪算法。数值实验结果表明，同现存的小波去噪技术相比，该算法的去噪结果具有更高的重构信噪比和更光滑的外观。

关键词: 自适应去噪；二进小波变换；阈值函数

分类号: **AMS**(2000) 94A99; 65T60 **中图分类号**: TN911.72 **文献标识码**: A

1 引言

从噪声中恢复未知信号一直是信号处理领域广泛研究的重要内容。Donoho和Jonestone在小波变换的理论基础上，创立了小波去噪法，该方法能有效地剔除信号中的加性随机噪声，是信号估计的一个简单的且强有力的工具，并已证明在广泛的函数空间内(如Besov和Triebel空间等)，小波去噪的效果明显优于其它经典的去噪方法(如核估计法、样条平滑法和Fourier级数展开法等)，并且在高斯白噪声背景下，该方法在均方误差极小一极大意义下是几乎最优的估计器[1,2]。

从Donoho和Jonestone的开拓性论文[2-5]发表以来，人们在小波去噪领域已做了大量的研究工作，其中大多数工作主要集中于如下两个方面：

1.1 数据自适应的小波去噪法

对于给定的含噪信号，小波去噪的效果依赖于阈值函数和各尺度上阈值的选取以及噪声的实现特别，阈值的选择是至关重要的。如果阈值取得太大，如象通常情况下那样取$t=\sigma\sqrt{2\log_e N}$有可能会因过多地除去信号的成份而使恢复的信号出现严重的失真[2]，而阈值太小又难以收到理想的去噪效果。因此，根据含噪信号样本，分尺地自适应优化阈值选择是十分必要的。在这类去噪方法中，主要包括基于Stein无偏风险估计的小波去噪算法[3,6]、自适应Bayes小波去噪算法[7,8]和块阈值小波去噪算法[9,10]等。

1.2 基于冗余基集的小波去噪法

小波去噪的性能主要依靠于信号在给定小波基下稀疏表示的程度。当信号包含更加复杂的结构时，经过二进制伸缩和平移生成的正交小波基，通常不能较好地匹配信号的局部时频结构，从而导致信号的能量在小波系数域中扩散。在这种情况下，常常导致原来低于阈值的噪声小波系数因信号成份的加入变得高于阈值而保留下来，而含有重要信息的信号小波系数可能因低于阈值被置为零。因此在信号重构时，一方面会使噪声过多地留在重构信号中，另一方面会因信号能量的损失在急剧变化部分产生震荡效应，甚至会使重构信号发生严重变形。因此，

收稿日期: 2008-08-28. **作者简介**: 张苗生(1962年9月生)，男，博士，副教授. 研究方向：信号与信息处理.
***基金项目**: 国家自然科学基金(60832007)；国家863项目(2009AA011801).

人们提出了小波包去噪算法、平移不变的小波去噪算法或非抽取小波去噪算法[13,14]，以及基于Curvelet、Ridgelet去噪算法[15,16]等基于冗余基集的小波去噪法。

本文考虑了基于二进小波变换的阈值自适应选择的去噪问题，建立了信号的能量同它的二进小波系数能量的关系，给出了一类新的可微的阈值函数，利用Stein无偏风险估计，采用梯度法对各个尺度上的阈值进行自适应地优化选择，从而给出了一种基于二进小波变换的自适应去噪算法。数值实验结果证实了该算法的有效性。

2 二进小波变换

本节首先介绍二进小波变换的定义及其快速分解与重构算法，然后给出信号能量同它的二进小波变换能量的关系，该关系对下一节自适应去噪算法的建立是至关重要的。

设 $\psi(t)$ 为小波函数，对任意信号 $f(t)\in L^2(R)$，则信号 $f(t)$ 的二进小波变换定义为

$$W_{2^j}f(t)=f*\psi_{2^j}(t),$$

因此，二进小波变换是对连续小波变换的尺度参数进行二进制离散，是一种平移不变的小波变换。为了确保二进小波变换的重构公式成立，小波函数必须满足稳定条件

$$A\le\sum_{j\in Z}\left|\hat{\psi}(2^{-j}\omega)\right|^2\le B,$$

其中常数 $0<A<B<\infty$。这时，若存在函数 $\chi(t)\in L^2(R)$，使得它的Fourier变换满足

$$\sum_{j\in Z}\hat{\psi}(2^j\omega)\overline{\chi(2^j\omega)}=1,$$

则称 $\chi(t)$ 为 $\psi(t)$ 的一个重构小波。这时信号 $f(t)$ 可从它的二进小波变换获得完备和稳健的重构

$$f(t)=\sum_{j\in Z}W_{2^j}f*\chi_{2^j}(t).$$

一个离散信号二进小波变换具有快速的分解与重构滤波器组算法，即所谓的多孔算法[17,18]。设 $\{h[n]\}$ 和 $\{g[n]\}$ 为尺度函数 ϕ 和小波函数 ψ 对应的共轭滤波器，令 $a_j[n]=\langle f(t),2^{-j/2}\phi(2^{-j}(t-n))\rangle$，$d_j[n]=\langle f(t),2^{-j/2}\psi(2^{-j}(t-n))\rangle$，$f[n]$ 为 $f(t)$ 的离散采样，则对任意 $j\ge0$，离散信号 $f[n]$ 的二进小波变换快速分解和重构算法如下。

$$\text{分解算法：}a_{j+1}[n]=a_j*\bar{h}_j[n],\quad d_{j+1}[n]=a_j*\bar{g}_j[n],\tag{1}$$

$$\text{重构算法：}a_j[n]=\frac{1}{2}(a_{j+1}*h_j[n]+d_{j+1}*g_j[n]),\tag{2}$$

其中

$$a_0[n]=f[n],\quad \bar{h}_j[n]=h_j[-n],\quad \bar{g}_j[n]=g_j[-n],$$

h_j 和 g_j 分别由 h 和 g 在每对相邻样本间插 2^j-1 个零得到。

引理1 对于任意尺度s$j>0$，有 $\|a_j\|^2+\|d_j\|^2=2\|a_{j-1}\|^2$。

证明 对任意尺度 $j>0$，记 $\hat{a}_j(\omega)$, $\hat{d}_j(\omega)$, $H(\omega)$ 和 $G(\omega)$ 分别为 $\{a_j[n]\}$, $\{d_j[n]\}$, $\{h[n]\}$ 和 $\{g[n]\}$ 的离散 Fourier 变换，则有

$$\begin{aligned}\|a_j\|^2+\|d_j\|^2 &= \|\hat{a}_j\|^2+\|\hat{d}_j\|^2 \\ &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}|H(2^{j-1}\omega)|^2|a_{j-1}(\omega)|^2\mathrm{d}\omega+\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}|G(2^{j-1}\omega)|^2|a_{j-1}(\omega)|^2\mathrm{d}\omega \\ &= 2\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}|a_{j-1}(w)|^2\mathrm{d}\omega=2\parallel a_{j-1}\parallel^2 .\end{aligned}$$

从而，引理得证。

命题 1 对于任意尺度 $J>0$，有

$$2^J\|a_0\|^2=\|a_J\|^2+\sum_{j=1}^{J}2^{J-j}\|d_j\|^2.$$

证明 用数学归纳法证明。

当 $J=1$ 时，由引理知，故命题成立。假设当 $J=k$ 时命题成立，即

$$2^k\|a_0\|^2=\|a_k\|^2+\sum_{j=1}^{k}2^{k-j}\|d_j\|^2,$$

则当 $J=k+1$ 时，由上式和引理，有

$$\begin{aligned}2^{k+1}\|a_0\|^2 &= 2\Big(\|a_k\|^2+\sum_{j=1}^{k}2^{k-j}\|d_j\|\Big)=2\|a_k\|^2+\sum_{j=1}^{k}2^{k+1-j}\|d_j\|^2 \\ &= \|a_{k+1}\|^2+\|d_{k+1}\|^2+\sum_{j=1}^{k}2^{k+1-j}\|d_j\|^2=\|a_{k+1}\|^2+\sum_{j=1}^{k+1}2^{k+1-j}\|d_j\|^2.\end{aligned}$$

因此，命题得证。

3 自适应去噪算法

3.1 一类新的可微阈值函数

广泛使用的硬阈值函数是不连续的，从而阻碍了使用梯度法进行自适应阈值选择。下面，给出一类新的具有连续高阶导数的阈值函数，它们可以任意地逼近硬阈值函数。令

$$\theta^r(x,t)=\begin{cases}x\mathrm{e}^{-1/r(x-t)^2}, & x>t,\\ 0, & |x|\le t,\\ x\mathrm{e}^{-1/r(x+t)^2}, & x<-t,\end{cases} \tag{3}$$

其中 $r>0$。从上述 $\theta^r(x,t)$ 的定义，立即有 $\lim\limits_{r\to\infty}\theta^r(x,t)=\theta^h(x,t)$，并且可以容易地求得

$$\frac{\partial\theta^r(x,t)}{\partial t},\quad \frac{\partial\theta^r(x,t)}{\partial x}\quad 和\quad \frac{\partial^2\theta^r(x,t)}{\partial x\partial t}=\frac{\partial^2\theta^r(x,t)}{\partial t\partial x}$$

的解析表达式。

图1给出了新的阈值函数$\theta^1(x,t)$(虚线)和$\theta^4(x,t)$(点划线)，以及硬阈值函数$\theta^h(x,t)$(实线)。从图可以看出，随着r的增加，$\theta^r(x,t)$越来越接近硬阈值函数$\theta^h(x,t)$，因此，它应具有相似于硬阈值函数的作用，同时，在阈值的附近，它亦具有软阈值函数的作用，它可使得小波域滤波以较为平滑的方式实现，使在阈值的附近的小波系数缩减后更加接近原信号的小波系数，从而可抑制由直接截断可能引起的虚假震荡。

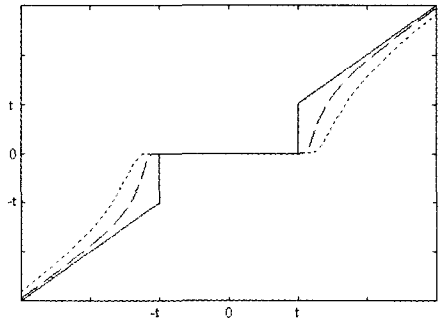


图 1: 阈值函数$\theta^1(x,t)$、$\theta^4(x,t)$和$\theta^h(x,t)$的图形

3.2 去噪算法

设$\{y_i\}_{i=0}^{N-1}$为含噪的观测序列，它可以描述为如下模型

$$y[i] = f[i] + n[i], \quad 0 \le i \le N-1, \tag{4}$$

其中$f[i]$为未知确定信号f的采样值$n[i]$是独立同分布的高斯白噪声，且$n[i] \sim N(0,\sigma^2)$。若记

$$\mathbf{y} = \big(y[0], y[1], \cdots, y[N-1]\big)^T,$$
$$\mathbf{f} = \big(f[0], f[1], \cdots, f[N-1]\big)^T,$$
$$\mathbf{n} = \big(n[0], n[1], \cdots, n[N-1]\big)^T,$$

则式(4)可重新表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{f} + \mathbf{n}, \tag{5}$$

于是，基于二进小波变换的自适应去噪算法可描述为：

(a) 二进小波分解

选择适当的小波函数ψ，并且确定分解层数$J\,(J \le \log_2 N)$设$\{h[n]\}$和$\{g[n]\}$分别为尺度函数φ和小波函数ψ对应的共轭滤波器，对观测信号$\mathbf{y}$使用式(1)作离散二进小波分解($\mathbf{a}_0 = \mathbf{y}$)，得到它的各层小波系数$\mathbf{d}_j = \{d_{j,k} \mid 0 \le k < N\}$，$1 \le j \le J$，和第$J$层的逼近系数$\mathbf{a}_J = \{a_{J,k} \mid 0 \le k < N\}$。

(b) 自适应阈值选择和小波系数域滤波

使用(3)式定义的阈值函数$\theta^r(x,t)$，分别对各层小波系数进行处理。令

$$\tilde{\mathbf{d}}_j = \big\{\tilde{d}_{j,k} = \theta^r(d_{j,k}, t_j) \mid 0 \le k < N\big\}, \quad 1 \le j \le J,$$

其中 $t_j > 0$ 为第 j 层小波系数的阈值。

下面，使用 Stein 无偏估计器[19] 和梯度法，给出各层小波系数阈值的自适应选择。我们的目的是，求解阈值 $\tilde{\mathbf{t}} = (\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \cdots, \tilde{t}_J)^T$，使它极小化重构均方误差

$$R(\mathbf{t}) = E\left(\|\tilde{\mathbf{f}} - \mathbf{f}\|^2 \right), \tag{6}$$

其中 $\mathbf{d}_j^f = \{d_{j,k}^f \mid 0 \le k < N\}$ 为信号 $\mathbf{f}$ 的第 j 层小波系数，$1 \le j \le J$, $\mathbf{a}_J^f = \{a_{J,k}^f \mid |0 \le k < N\}$ 为信号 $\mathbf{f}$ 的第 J 层的逼近系数，$\tilde{\mathbf{f}} = (\tilde{f}[0], \tilde{f}([1], \cdots, \tilde{f}[N-1])^T$，$\tilde{f}[n]$, $0 \le n < N$ 为由 $\tilde{\mathbf{d}}_j$, $1 \le j \le J$ 和 $\mathbf{a}_J$ 使用重构公式 (2) 得到的重构信号，$\mathbf{t} = (t_1, t_2, \cdots, t_J)^T$。根据第 2 节中的命题 1，式 (6) 可重写为

$$\begin{aligned} R(\mathbf{t}) &= E\left(\|\tilde{\mathbf{f}} - \mathbf{f}\|^2 \right) = E\left(\sum_{j=1}^{J} 2^{-j} \|\tilde{\mathbf{d}}_j - \mathbf{d}_j^f\|^2 + 2^{-J} \|\mathbf{a}_J - \mathbf{a}_J^f\|^2 \right) \\ &= \sum_{j=1}^{J} 2^{-j} E\left(\|\tilde{\mathbf{d}}_j - \mathbf{d}_j^f\|^2 \right) + 2^{-J} E\left(\|\mathbf{a}_J - \mathbf{a}_J^f\|^2 \right), \end{aligned}$$

因此，求解极小化 $R(\mathbf{t})$ 的问题就等价于求解

$$\min_{t_j \ge 0} E\left(\|\tilde{\mathbf{d}}_j - \mathbf{d}_j^f\|^2 \right), \quad 1 \le j \le J,$$

令 $H_{t_j}(d_{j,k}) = \theta^r(d_{j,k}, t_j) - d_{j,k} = \tilde{d}_{j,k} - d_{j,k}$，则 $H_{t_j}(\cdot)$ 是可微的，且 $\tilde{d}_{j,k} = d_{j,k} + H_{t_j}(d_{j,k})$，从而，据 Stein 的原理知[19]

$$R_j(t_j) = N\sigma^2 + 2\sigma^2 \nabla \mathbf{H}_{t_j}(\mathbf{d}_j) + \|\mathbf{H}_{t_j}(\mathbf{d}_j)\|^2,$$

为 $E\|\tilde{\mathbf{d}}_j - \mathbf{d}_j^f\|^2$ 的一个无偏估计器，其中

$$\mathbf{H}_{t_j}(\mathbf{d}_j) = \left(H_{t_j}(d_{j,0}), H_{t_j}(d_{j,1}), \cdots, H_{t_j}(d_{j,N-1}) \right)^T \nabla \cdot \mathbf{H}_{t_j}(\mathbf{d}_j) = \sum_{k=1}^{N} \frac{\partial H_{t_j}(x)}{\partial x} \Big|_{x=d_{j,k}}.$$

因此，求解 $\tilde{\mathbf{t}} = (\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \cdots, \tilde{t}_J)^T$，使

$$\tilde{\mathbf{t}} = \arg\min_{\mathbf{t} \ge 0} R(\mathbf{t}),$$

的问题，就转化为求解 $\mathbf{t}^* = (t_1^*, t_2^*, \cdots, t_J^*)^T$，使

$$t_j^* = \arg\min_{t_j \ge 0} R_j(t_j), \quad j = 1, 2, \cdots, J.$$

于是，对 $R_j(t_j)$, $1 \le j \le J$，分别使用梯度法，迭代地求解 $t_1^*, t_2^*, \cdots, t_J^*$，具体算法描述如下

$$t_j(k+1) = t_j(k) - \alpha_j(k) \frac{\partial (N^{-1} R_j(t_j))}{\partial t_j} \Big|_{t_j = t_j(k)}. \tag{7}$$

其中 $\alpha_j(k)$ 为迭代步长

$$\frac{\partial R_j(t_j)}{\partial t_j} = 2 \sum_{k=0}^{N-1} H_{t_j}(d_{j,k}) \frac{\partial H_{t_j}(x)}{\partial t_j} \Big|_{x=d_{j,k}} + 2\sigma^2 \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\partial^2 H_{t_j}(x)}{\partial x \partial t_j} \Big|_{x=d_{j,k}}.$$

(c) 信号的恢复

对滤波后的小波系数 $\tilde{\mathbf{d}}_1, \tilde{\mathbf{d}}_2, \cdots, \tilde{\mathbf{d}}_J$ 和逼近系数 $\mathbf{a}_J$，按二进小波变换的重构公式 (2) 进行重构，从而得到去噪后的信号 $\tilde{\mathbf{f}} = (\tilde{f}[0], \tilde{f}([1], \cdots, \tilde{f}[N-1])^T$。

4 数值实验

使用本文提出的去噪算法，我们对Donoho给出的Blocks信号、Bumps信号、Heavesine信号和Doppler信号等各种不同时频结构的信号进行了数值试验，获得了良好的去噪效果。由于篇幅限制，在下面的实验中，仅给出Bumps信号的去噪结果。该信号在[0,1]区间中采样，采样点数为$N = 1024$，采用Daubechies小波$db8$作为基本小波，小波分解层数$J = 6$用来比较的去噪算法包括Matalab小波工具箱中Sqtwolog去噪算法、Heursure去噪算法以及Coifman和Donoho提出的平移不变的小波去噪算法，它们均使用硬阈值函数。在本文提出的去噪算法中，使用由式(3)定义的阈值函数$\theta^4(x,t)$，在阈值迭代公式(7)中，初值取为$t_j(0) = \sigma\sqrt{2\log_e N}$, $1 \le j \le J$，迭代步长取为$\alpha_j(k) \equiv 0.05$, $1 \le j \le J$, $k \ge 0$。定义输入和输出信噪比分别为

$$SNR_{\text{input}} = 20\log_{10}\Big(\frac{\text{std}(\{f[i]\})}{\text{std}(\{n[i]\})}\Big), \quad SNR_{\text{output}} = 20\log_{10}\Big(\frac{\text{std}(\{f[i]\})}{\text{std}(\{\tilde{f}[i] - f[i]\})}\Big),$$

则改善信噪比为$SNR_{\text{improve}} = SNR_{\text{output}} - SNR_{\text{input}}$，其中std(·)表示序列的标准方差，$\tilde{f}$为$f$的去噪信号。

图 2 给出了本文提出算法 (实线)、平移不变去噪算法 (点线)、Heursure 去噪算法 (虚线) 和Sqtwolog 去噪算法 (点虚线) 的信噪比改善曲线。考虑到噪声样本的随机性，对于每个给定的输入信噪比，改善信噪比为100次不同噪声样本下的改善信噪比的均值，从图2可以看出，对所有输入信噪比，本文提出算法的改善信噪比均是最高。图3给出了本文提出的算法在输入信噪比$SNR_{\text{input}} = 20\log_{10}6$dB (15.56 dB)时的迭代收敛曲线，同图2相同，它是100次不同噪声样本下的平均。图4给出了输入信噪比$SNR_{\text{input}} = 20\log_{10}6$dB时不同算法恢复信号的效果，从该图可以看出，ADAPWDEN算法可以更好地保存原信号中的尖峰和突变部分，同时也更好地抑制了噪声。这是因为在ADAPWDEN算法中，各层小波系数的阈值是根据极小化重构均方误差自适应地选取的，以及新的阈值函数使小波系数域滤波以较为平滑的方式实现，并且在阈值附近具有相似于软阈值函数的作用，使得滤波后小波系数的取值更加接近原信号小波系数的取值。

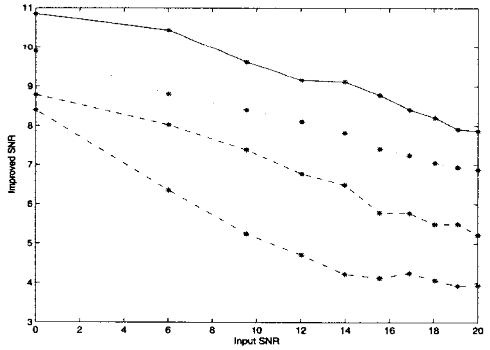


图 2: 信噪比改善曲线

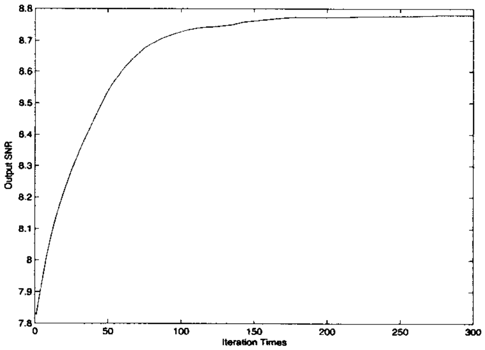
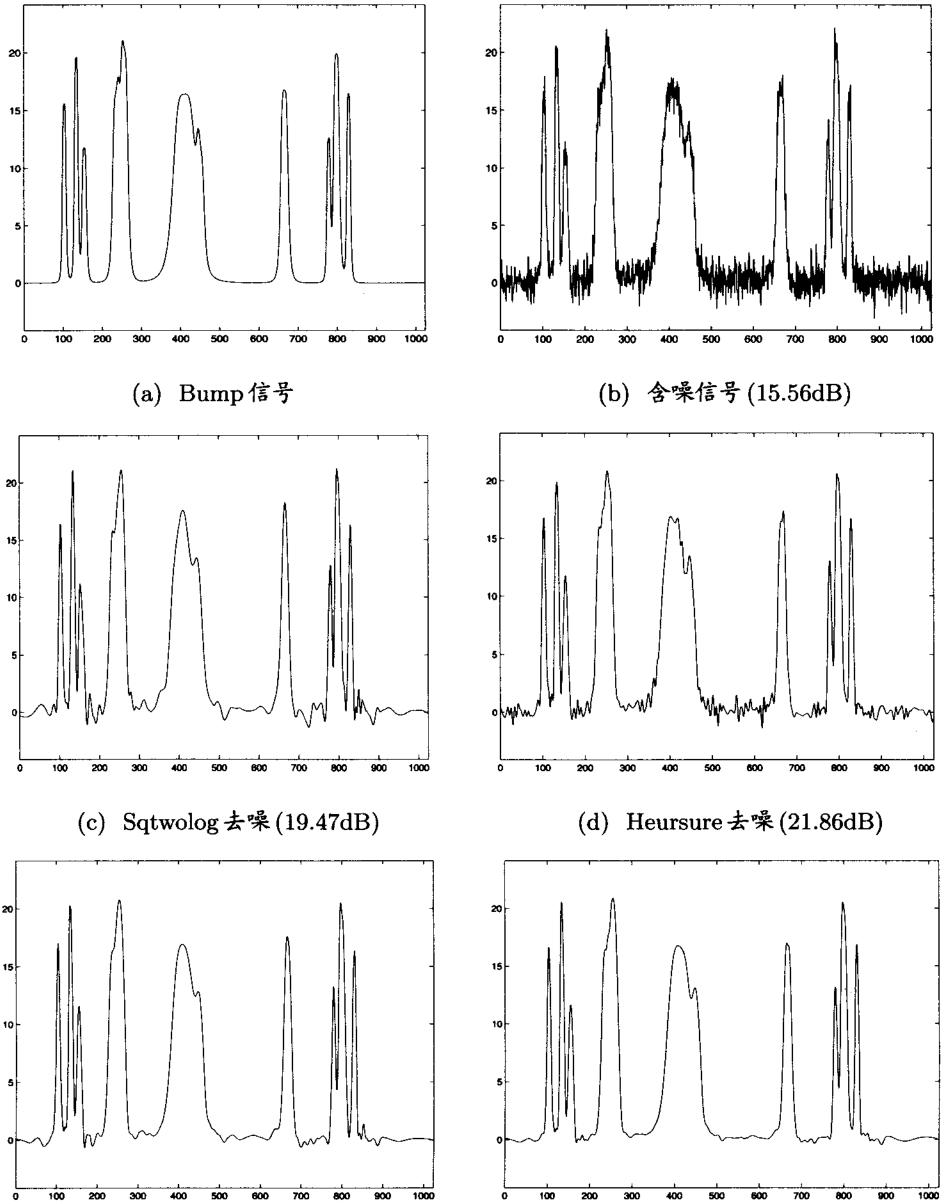


图 3: 迭代信噪比收敛曲线

5 结论

小波去噪的效果主要依靠于小波变换、阈值以及阈值函数的选择。在这篇文章中，考虑了基于二进小波变换的自适应阈值选择的去噪算法。首先，给出了一类新的可微阈值函数，这类

阈值函数可以任意地逼近硬阈值函数。其次，建立了信号的能量与其二进小波变换系数能量的之间关系，进而把极小化重构信号的均方误差问题转化为分别极小化各层小波系数的重构均方误差问题。最后，利用Stein无偏估计原理，给出了自适应求解各层小波系数最佳阈值的梯度下降算法。由于二进小波变换的平移不变性和冗余性，以及各尺度小波系数阈值选择的最优性，因而同现有的小波去噪算法相比，本文提出的去噪算法不仅可以更好地抑制重构信号中的人工噪声，具有更高的重构信噪比和更光滑的外观，并且能更好地保持原信号中的尖峰和突变成分，这些从数值实验结果中得到了验证。



(a) Bump信号　　(b) 含噪信号(15.56dB)

(c) Sqtwolog去噪(19.47dB)　　(d) Heursure去噪(21.86dB)

(e) 平移不变去噪(23.16dB)　　(f) 本文提出算法(25.28dB)

图4:　Bumps信号及其去噪结果比较

参考文献：

[1] Jansen M. Noise Reduction by Wavelet Thresholding[M]. New York: Springer, 2001

[2] Donoho D L, Johnstone I M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage[J]. Biometrika, 1994, 81(3): 425-455

[3] Donoho D L, Johnstone I M. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage[J]. J Amer Statist Assoc, 1995, 90(432): 1200-1224

[4] Donoho D L. De-noising by soft-thresholding[J]. IEEE Trans Inform Theory, 1995, 41(3): 613-627

[5] Donoho D L, Johnstone I M, Kerkyacharian G, *et al.* Wavelet shrinkage: asymptopia?[J]. J R Stat Sco B, 1995, 57(2): 301-337

[6] Zhang X P. Adaptive denoising based on SURE risk[J]. IEEE Trans Signal Processing Letters, 1998, 5(10): 265-267

[7] Vidakovic B. Non-linear wavelet shrinkage with Bayes rules and Bayes factors[J]. J Am Statist Ass, 1998, 93(441): 173-179

[8] Cinquemani E, Pillonetto G. Wavelet estimation by Bayesian thresholding and model selection[J]. Automatica, 2008, 44(9): 2288-2297

[9] Cai T, Zhou H. A data-driven block thresholding approach to wavelet estimation[J]. Annals of Statistics, 2009, 37(2): 569-595

[10] Cai T. On block thresholding in wavelet regression: adaptivity, block size, and threshold level[J]. Statistica Sinica, 2002, 12(4): 1241-1273

[11] Ghanbari Y, Karami-Mollaei M R. A new approach for speech enhancement based on the adaptive thresholding of the wavelet packets[J]. Speech Commun, 2006, 48(8): 927-940

[12] Krim H, *et al.* On denoising and best signal representation[J]. IEEE Trans Inform Theory, 1999, 45(7): 2225-2238

[13] Berkner K. Smoothness estimates for soft-threshold denoising via translation-invariant wavelet transforms[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2002, 12(1): 1-24

[14] Elad M. Why simple shrinkage is still relavant for redundant representation[J]. IEEE Trans Information Theory, 2006, 52(12): 5559-5569

[15] Zhang B, Fadili J M, Starck J L. Wavelets, ridgelets, and curvelets for Poisson noise removal[J]. IEEE Trans Image Processing, 2008, 17(7): 1093-1108

[16] Ma J, Plonka G. Combined curvelet shrinkage and nonlinear anisotropic diffusion[J]. IEEE Trans Image Processing, 2007, 16(9): 2198-2206

[17] Mallat S. A Wavelet Tour of Signal Processing[M]. Boston: Academic Press, 1998

[18] 李建平，唐远炎. 小波分析方法的应用[M]. 重庆：重庆大学出版社，2001

[19] Stein C. Estimation of the mean of a multivariate normal distribution[J]. Ann Stat, 1981, 9(6): 1135-1151

An Adaptive Denoising Algorithm Based on Dyadic Wavelet Transforms

ZHANG Zhuo-sheng[1], REN Pin-yi[2]

(1- School of Science, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049;
2- School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

Abstract: A new class of thresholding functions is proposed. The energy conservation of the dyadic wavelet transform is proved. An adaptive denoising scheme based on the dyadic wavelet transform is introduced, which searches for the optimal threshold of each wavelet subband by minimizing a Stein unbiased risk estimation. Numerical experiments demonstrate that the proposed approach outperforms the classical wavelet-based denoising techniques.

Keywords: adaptive denoising; dyadic wavelet transform; thresholding functions